Capítulo 17
CUENTOS ACERCA DE NUMEROS ENORMES

1. La recompensa

He aquí lo que, según la tradición, ocurrió hace muchos siglos en la Roma antigua[1].
El caudillo Terencio, por orden del emperador, realizó una campaña victoriosa y volvió a Roma con trofeos. Cuando llegó a la capital, solicitó ser recibido por el emperador.
El emperador lo recibió afablemente, le agradeció los servicios militares que había prestado al imperio y le prometió, en recompensa, darle una alta posición en el senado.
Pero como a Terencio no era esto lo que le hacía falta, replicó:
-Muchas fueron las victorias que alcancé para acrecentar tu poderío y dar gloria a tu nombre. No he temido a la muerte, si hubiera tenido no una, sino muchas vidas, todas las habría inmolado por ti. Pero estoy cansado de guerrear; mi juventud ha pasado, la sangre corre ya más despacio por mis venas. Me ha llegado la hora de descansar en la casa de mis progenitores y de gozar las alegrías de la vida familiar.
-¿Qué deseas de mí, Terencio? -le preguntó el emperador.
-¡Escúchame, señor, con indulgencia! Durante los largos años de mi vida militar, cuando cada día teñía con sangre mi espada, no tuve tiempo de asegurar mi bienestar monetario. Soy pobre, señor...
-Prosigue, valeroso Terencio.
-Si quieres recompensar a tu humilde servidor continuó el caudillo alentado -, ayúdame con tu generosidad a vivir en paz y en la abundancia, junto al hogar de mi familia, los días que me resten. Yo no busco honores ni una alta posición en el Senado todopoderoso. Quisiera apartarme del poder y de la vida social, para descansar tranquilo. Señor, dame dinero para asegurar el resto de mi vida.
El emperador -según reza la tradición - no brillaba por su generosidad. Le gustaba acumular dinero para él, pero era tacaño para gastarlo en otros. Por esto, la petición del caudillo le hizo pensar.
-¿Qué cantidad consideras suficiente para tí, Terencio? -le preguntó.
-Un millón de denarios, señor.
El emperador volvió a quedarse pensativo. El caudillo esperaba cabizbajo.
Por fin dijo el emperador:
-Valeroso Terencio, tú eres un gran guerrero y tus gloriosas hazañas merecen una gran recompensa. Yo te daré riqueza. Mañana a mediodía oirás aquí lo que he resuelto.
Terencio hizo una reverencia y se retiró.

♣ ♣ ♣ ♣

A1 día siguiente, a la hora fijada, se presentó el caudillo en el palacio del emperador.
-¡Salve, esforzado Terencio! -dijo el emperador.
Terencio inclinó sumisamente la cabeza.
-He venido, señor, a oír tu decisión. Prometiste generosamente que me recompensarías.

[1] Esta narración, en interpretación libre, está tomada de un antiguo manuscrito latino perteneciente a una de las bibliotecas particulares de Inglaterra

Y el emperador le respondió:
-No quiero que un guerrero tan noble como tú reciba por sus hazañas una mísera recompensa. Escúchame. En mi tesorería hay 10 millones de ases de cobre[2]. Atiende ahora mis palabras. Vas a la tesorería, coges una moneda, vuelves aquí y la depositas a mis pies. Al día siguiente irás otra vez a la tesorería coges una moneda igual a dos ases y la colocas aquí junto a la primera. El tercer día traerás una moneda de 4 ases; el cuarto, una de 8, el quinto, una de 16, y así sucesivamente duplicando el valor de la moneda. Yo ordenaré que cada día te hagan una moneda del valor correspondiente. Y mientras tengas fuerza suficiente para levantar las monedas, las irás sacando de mi tesorería. Nadie tiene derecho a ayudarte; debes utilizar solamente tu propia fuerza. Y cuando te des cuenta de que ya no puedes levantar la moneda, para: nuestro convenio habrá terminado, pero todas las monedas que hayas logrado sacar serán para ti y ésa será tu recompensa.
Terencio escuchaba codiciosamente cada palabra del emperador. Veía ya la cantidad enorme de monedas, una mayor que otra, que sacaría él de la tesorería del imperio.
-Tu recompensa es verdaderamente generosa -repuso sonriendo de gozo-. Estoy satisfecho de tu benevolencia, señor.

♣ ♣ ♣ ♣

Y comenzaron las visitas diarias de Terencio a la tesorería imperial. Esta se hallaba cerca de la sala en que recibía el emperador. Los primeros traslados de monedas no le costaron a Terencio ningún trabajo.
El primer día sacó de la tesorería sólo 1 as. Era una moneda pequeña, de 21 mm de diámetro y 5 g de peso[3].
También fueron fáciles los traslados segundo, tercero, cuarto, quinto y sexto, en que el caudillo sacó monedas 2, 4, 8, 16 y 32 veces más pesadas que la primera.
La séptima moneda pesaba, en nuestro sistema de medidas, 320 g y tenía 81/2 cm de diámetro (más exactamente 84 mm)[4].
E1 octavo día tuvo que sacar Terencio de la tesorería una moneda, equivalente a 128 monedas simples, que pesaba 640 g y tenía cerca de 101/2 cm de anchura.
E1 noveno día llevó Terencio a la sala del emperador una moneda igual a 256 monedas simples, que medía 13 cm de anchura y pesaba más de 11/4 kg.
El duodécimo día el diámetro de la moneda alcanzó casi 27 cm y su peso de 101/4 kg.
E1 emperador, que hasta entonces había mirado al caudillo amablemente, ahora lo hacía con aire de triunfo. Veían que ya eran 12 los traslados hechos, y que d., la tesorería sólo habían salido 2000 y pico pequeñas monedas de cobre.
El día 13° le proporcionó al valiente Terencio una moneda igual a 4096 monedas simples. Tenía cerca de 34 cm de anchura y su peso equivalía a 201/2 kg.
El día 14° sacó Terencio de la tesorería una pesada moneda de 41 kg y cerca de 42 cm de anchura.
-¿No te has cansado, mi valiente Terencio? -le preguntó el emperador, conteniendo la risa.

---

[2] As, moneda igual a una décima parte del denario
[3] E1 peso de una moneda de 5 copeikas de cuño actual
[4] Si una moneda tiene 64 veces más volumen que la ordinaria sólo será cuatro veces más ancha y más gruesa, porque 4 * 4 * 4 = 64. Esto debe tenerse en cuenta más adelante a calcular las dimensiones de las monedas de que se habla en e cuento.

-No, señor mío -le repuso sombrío el caudillo, limpiándose el sudor de la frente.
Llegó el día 15°. Pesada fue este día la carga de Terencio. Poco a poco llegó hasta el emperador llevando una enorme moneda equivalente a 16 384 monedas simples. Tenía 53 cm de anchura y pesaba 80 kg lo mismo que un fuerte guerrero.
El 16° día, el caudillo se tambaleaba oprimido por la carga que llevaba acuestas. Era una moneda igual a 32 768 monedas simples, que pesaba 164 kg y cuyo diámetro alcanzó 67 cm.
El caudillo estaba agotado y respiraba con dificultad. El emperador se sonreía...

Figura 228

Cuando Terencio llegó al día siguiente a la sala en que recibía el emperador, fue acogido á carcajadas. Ya no podía llevar la carga sobre la espalda, y la iba rodando. Esta moneda tenía 84 cm de diámetro y pesaba 328 kg. Este peso correspondía al de 65 536 monedas simples.
El decimoctavo día fue el último del enriquecimiento de Terencio. Este día terminaron sus visitas a la tesorería y sus pesadas peregrinaciones a la sala del emperador. Esta vez tuvo que llevar una moneda que equivalía a 131 072 monedas simples. Tenía más de un metro de diámetro y pesaba 655 kg. Utilizando su lanza como palanca, Terencio a duras penas pudo hacerla rodar hasta la sala, donde cayó estrepitosamente a los pies del emperador.
Terencio estaba completamente extenuado.
-No puedo más... Basta -murmuró.
E1 emperador hizo un gran esfuerzo para contener la risa de satisfacción que le producía el rotundo éxito de su treta, y dio orden al tesorero de que calculase cuántos ases había llevado Terencio a la sala de recepción. El tesorero cumplió la orden y dijo:
-Soberano, gracias a tu benevolencia, el victorioso caudillo Terencio ha recibido como recompensa 262 143 ases.
Así, pues, el tacaño emperador sólo le dio a su caudillo cerca de la 40a parte de la suma, de un millón de denarios, que Terencio le había pedido.

♣ ♣ ♣ ♣

Comprobemos el cálculo que hizo el tesorero y, a la, vez, el peso de las monedas que sacó Terencio:

El 1° día	1 que pesaba	5 g

2º	2	10
3º	4	20
4º	8	40
5º	16	80
6º	32	160
7º	64	320
8º	128	640
9º	256	1 kg 280
10º	512	2 y 560
11º	1 024	5 kg y 120
12º	2 048	10 y 240
13º	4 096	20 y 480
14º	8 192	40 y 960
15º	16 384	81 y 920
16º	32 768	163 y 840
17º	65 536	327 y 680
18º	131 072	655 y 360

La suma de los números de estas series se puede calcular fácilmente: la de la segunda columna es igual a 262 143, de acuerdo con la regla existentes[5]. Terencio le pidió al emperador un millón de denarios, o sea, 10 millones de ases. Por consigiente, recibió una suma 10 000 000 / 263 143 = 38 veces menor que la que había solicitado.

2. La leyenda del tablero de ajedrez

El ajedrez es uno de los juegos más antiguos que se conocen. Tiene ya muchos siglos de existencia y no es de extrañar que haya muchas tradiciones relacionadas con él, cuya veracidad, debido al mucho tiempo transcurrido, es imposible comprobar. Una de estas leyendas es la que quiero referir ahora. Para comprenderla no hay que saber jugar al ajedrez; basta saber que se juega sobre un tablero dividido en 64 casillas o escaques (negros y blancos alternativamente).

El ajedrez fue ideado en la India, y cuando el monarca hindú Sheram lo conoció, quedó admirada de su ingeniosidad y de la diversidad de situaciones que podían darse en él. Al saber que el juego había sido inventado por un súbdito suyo, ordenó que lo llamasen, para premiarlo personalmente por su feliz idea.

El inventor, que se llamaba Zeta, se presentó ante el trono del soberano. Era un sabio modestamente vestido, que vivía de lo que le pagaban sus discípulos.

-Quiero premiarte dignamente, Zeta, por el magnífico juego que has ideado -le dijo el monarca.

E1 sabio hizo una reverencia.

-Soy lo suficientemente rico para poder satisfacer tu deseo más atrevido -continuó el monarca -. Dime qué premio quieres y lo recibirás.

Zeta permaneció callado.

-No seas tímido -le animó el monarca-. Expresa tu deseo. Para complacerte no escatimaré nada.

[5] Cada número de esta serie es igual a la suma de todos los precedentes más una unidad. Por esto, cuando hay que sumar todos los números de una serie de este tipo, por ejemplo, de 1 a 32 768, nos limitamos a añadirle al último número (32 768) la suma de todos los precedentes, es decir, le añadimos el mismo número menos una unidad (32 768-1), y obtenemos 65 535.

-Grande es tu bondad señor. Pero dame un plazo para pensar la respuesta. Mañana, después de reflexionar bien, te haré mi petición.

Figura 229

Cuando al día tente se presentó de nuevo Zeta ante los peldaños del trono, maravilló al monarca con la simpar modestia de su petición.
-Señor -dijo Zeta-, ordena que me den por el primer escaque del tablero de ajedrez un grano de trigo.
-¿Un simple grano de trigo? -se asombró el monarca.
-Sí, señor. Por el segundo escaque ordena que me den dos granos, por el tercero, cuatro, por el cuarto 8 por el quinto, 16, por el sexto, 32 ...
-¡Basta! -le interrumpió el monarca irritado-. Recibirás los granos de trigo por los 64 escaques del tablero, de acuerdo con tu petición, es decir, correspondiéndole a cada uno el doble que al precedente. Pero ten presente que tu petición es indigna de mi generosidad. Pidiendo una recompensa tan insignificante, menosprecias irrespetuosamente mi gracia. En verdad que, como maestro que eres, debías dar mejor ejemplo de respeto a la bondad de tu soberano. ¡Puedes retirarte! Mis servidores de sacarán el saco de trigo.
Zeta se sonrió al salir del salón y se puso a esperar a la puerta del palacio.

♣ ♣ ♣ ♣

Durante la comida, el monarca se acordó del inventor del ajedrez y mandó que preguntaran si se había llevado ya el desatinado Zeta su miserable recompensa
-Señor -le respondieron-, tu orden se está cumpliendo. Los matemáticos de la corte están calculando el número de granos de trigo que hay que entregar.
El monarca se disgustó, no estaba acostumbrado a que su mandato se cumpliera tan lentamente.
Por la noche, cuando iba a acostarse, volvió Sheram a interesarse por el tiempo que hacía que Zeta había transpuesto con su saco de trigo la verja del palacio.
-Señor -le respondieron-, tus matemáticos siguen trabajando sin descanso y esperan que antes del alba terminarán el cálculo.
-¿Por qué demoran tanto este asunto? -exclamó el monarca-. Mañana, antes de que yo me despierte, debe serle entregado todo a Zeta, ¡hasta el último grano! Y, ¡que no tenga que dar dos veces la orden!
Por la mañana dieron cuenta al monarca de que el decano de los matemáticos de la corte pedía permiso para hacerle una información importante.

El monarca ordenó que lo hicieran pasar.
-Antes de que me hables de tu asunto -dijo Sheram-, deseo saber si le ha sido entregada a Zeta la miserable recompensa que él mismo fijó.
-Precisamente para eso me he atrevido a presentarme ante tí a una hora tan temprana -replicó el anciano-. Hemos calculado concienzudamente la cantidad de granos que desea recibir Zeta. Esta cantidad es tan grande...
-Por muy grandes que sea -le interrumpió orgullosamente el monarca-, mis graneros no se empobrecerán. La recompensa está prometida y debe darse...
-Señor, satisfacer ese deseo es imposible. En todos tus graneros no hay la cantidad de granos que pide Zeta. No los hay en todos los graneros de tu reino. Ni en toda la superficie de la Tierra se podría encontrar ese número de granos de trigo. Si deseas cumplir tu promesa a toda costa, manda convertir en campos labrados los reinos de la Tierra, manda secar los mares y océanos, manda fundir los hielos y las nieves que cubren los desiertos lejanos del norte. Que todo ese espacio sea completamente sembrado de trigo. Y todo lo que nazca en esos campos, ordena que se lo den a Zeta. Sólo entonces podrá recibir su recompensa.
El monarca escuchó boquiabierto las palabras del sabio.
-Pero dime, ¿qué monstruoso número es ese? -le dijo pensativo.
-Dieciocho trillones, cuatrocientos cuarenta y seis mil seiscientos cuarenta y cuatro billones, setenta y tres mil setecientos nueve millones, quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince, señor.

♣ ♣ ♣ ♣

Esta es la leyenda. ¿Ocurrió en realidad lo que en ella se cuenta? No lo sabemos. Pero que el premio de que habla la leyenda debería expresarse por dicho número, es cosa que puede usted comprobar si tiene paciencia para hacer el cálculo. Empezando por la unidad, hay que sumar los números 7., 2, 4, 8, 16, etc. E1 resultado de la 63a duplicación indicará lo que había que darle al inventor por el 64° escaque.
Procediendo como se explicó en la página 271 hallamos sin dificultad. la suma total de los granos debidos, si duplicamos el último número y le restamos una unidad. Por lo tanto, el cálculo se reduce solamente a multiplicar entre sí 64 doses: 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 y así sucesivamente 64 veces.
Para simplificar las operaciones, dividimos estos 64 factores en seis grupos de a 10 doses y en uno, el último, de cuatro doses. El producto de 10 doses, como es fácil comprobar, es 1024, y el de cuatro doses, 16. Por consiguiente, el resultado que se busca es igual a 1024 * 1024 * 1024 * 1024 * 1024 * x 1024 * 16.
Haciendo la multiplicación 1024 * 1024 obtenemos 1 048 576.
Ahora nos queda hallar 1 048 576 * 1 048 576 * 1 048 576 * 16 y restarle al resultado una unidad, con lo cual conoceremos el número buscado de granos, es decir, 18 446 644 073 709 551 615.
Si desea usted saber lo enorme que es este número gigantesco, calcule las dimensiones que debería tener el granero capaz de contener esta cantidad de granos de trigo. Se sabe que un metro cúbico de trigo contiene cerca de 15 millones de granos. Por lo tanto, la recompensa al inventor del ajedrez debería ocupar un volumen aproximado de 12 000 000 000 000 m^3 ó 12 000 km^3 Si el granero tuviera 4 m de altura y 10 m de anchura, su longitud debería ser de 300 000 000 km, es decir, !dos veces mayor que la distancia de la Tierra al Sol!

Está claro que el monarca hindú no podía dar un premio como éste. Pero si hubiera sabido matemáticas, le hubiese sido fácil liberarse de una deuda tan onerosa. Para esto no hubiera tenido que hacer más que proponer a Zeta que él mismo contara los granos, uno a uno, del trigo que debía recibir.
En efecto, si Zeta se hubiera puesto a contar sin descanso, día y noche, pasando un grano por segundo, el primer día sólo hubiese contado 86 400 granos. En contar un millón de granos tardaría no menos de 10 días. Un metro cúbico de trigo le llevaría aproximadamente medio año. Contando continuamente durante 10 años no reuniría más de 20 metros cúbicos. Como puede ver, aunque hubiera consagrado el resto de su vida a contar, Zeta sólo hubiese recibido una parte insignificante del premio que pidió.

3. Una propagación rápida

Una cápsula de amapola está llena de granitos minúsculos; de cada uno de ellos puede crecer una nueva planta. ¿Cuántas amapolas se obtendría si todas las semillas de una cápsula fueran fértiles?
Para conocer esto hay que contar las semillas que hay en la cápsula. Esta ocupación es algo aburrida, pero el resultado es tan interesante que vale la pena armarse de paciencia y llevar la cuenta hasta el fin. Resulta que una cápsula de amapola contiene cerca de 3000 semillas.
¿Qué se deduce de esto? Se deduce que, si alrededor de nuestra amapola hay una superficie suficiente de tierra apropiada, cada semillita germinará y el verano siguiente crecerán en este sitio 3000 amapolas. !Todo un campo de amapolas procedente de una sola cápsula!
Pero veamos lo que ocurre después. Cada una de las 3000 plantas dará, por lo menos, una cápsula (lo más frecuente es que dé varias), que contendrá 3000 semillas. A1 germinar, las semillas de cada cápsula darán 3000 plantas nuevas y, por consiguiente, al segundo año tendremos no menos de 3000 x 3000 = 9 000 000 de plantas.
Es fácil calcular que al tercer año el número de descendientes de nuestra única amapola inicial alcanzará ya

$$9\,000\,000 * 3000 = 27\,000\,000\,000.$$

Y al cuarto año

$$27\,000\,000\,000 * 3000 = 81\,000\,000\,000\,000.$$

Al quinto año el mundo les vendrá estrecho a las amapolas, porque el número de plantas sería igual a

$$81\,000\,000\,000\,000 * 3000 = 243\,000\,000\,000\,000\,000.$$

El área de todas las tierras emergidas, es decir, de todos los continentes e islas de la Tierra es igual a 135 millones de kilómetros cuadrados (135 000 000 000 000 de metros cuadrados, o sea, 2000 veces menor que el número de amapolas que crecerían).
Como puede ver, si todas las semillas de la amapola germinaran, la descendencia de una sola planta podrían cubrir al cabo de cinco años la superficie de todas las tierras de la esfera terrestre, formando un tupido matorral, en el que habría 2000 plantas en cada metro cuadrado. ¡He aquí el gigante numérico que se oculta en cada diminuta semilla de amapola!
Haciendo un cálculo semejante para otra planta cualquiera que dé menos semillas, llegaríamos al mismo resultado, con la única diferencia de que su descendencia cubriría toda la superficie de la

Tierra no en cinco años, sino en un plazo un poco mayor. Tomemos, por ejemplo, el diente de león, que da anualmente cerca de 100 semillas[6]. Si todas ellas germinaran, tendríamos:

1er año	1	planta
2º	100	plantas
3°	10 000	»
4º	1 000 000	»
5º	100 000 000	»
6º	10 000 000 000	»
7º	1 000 000 000 000	»
8º	100 000 000 000 000	»
9o	10 000 000 000 000 000	»

Esta cifra es 70 veces mayor que el número de metros cuadrados que tiene la superficie de todas las tierras emergidas.
Por consiguiente, al noveno año todos los continentes de la Tierra estarían cubiertos de dientes de león, con una densidad de 70 plantas por metro cuadrado.
¿Por qué no observa en realidad esta reproducción extraordinariamente rápida? Porque la inmensa mayoría de las semillas perecen sin germinar: no caen en tierra apropiada y no germinan en absoluto, o dan brotes, pero son ahogados por otras plantas o destruidas por los animales. Si no existiera esta destrucción intensiva de las semillas y los brotes, cada planta podría cubrir completamente y en poco tiempo todo nuestro planeta.
Esto es cierto no sólo para las plantas, sino también para los animales. De no ser por la muerte, la descendencia de una pareja de animales cualesquiera, más tarde o más temprano, llenaría toda la Tierra. Las plagas de langosta, que cubren a veces enormes extensiones, pueden dar cierta idea de lo que ocurriría si la muerte no impidiera la multiplicación de los animales. A1 cabo de dos o tres decenas de años se cubrirían los continentes de bosques y estepas intransitables, donde millones de animales lucharían entre sí por un sitio. El océano se poblaría de peces tan densamente, que la navegación sería imposible. Y el aire apenas si sería transparente, debido a la multitud de aves e insectos que polularían en él.
Para terminar citaremos varios casos verídicos de multiplicación extraordinariamente rápida de animales colocados en condiciones propicias.
En América no existían gorriones al principio. Este pájaro, tan corriente en nuestras tierras, fue importado premeditadamente por los Estados Unidos para que destruyera los insectos perniciosos. Como es sabido, los gorriones se alimentan en abundancia de gusanos voraces y de otros insectos perjudiciales para las huertas y jardines. A los gorriones les gustó el nuevo ambiente; en América no había aves de rapiña que los destruyeran y ellos empezaron a multiplicarse rápidamente. La cantidad de insectos perniciosos empezó a disminuir notablemente, pero pronto los gorriones fueron tan numerosos, que faltos de alimento animal tuvieron que recurrir al vegetal, y empezaron a devastar los sembrados[7]. Hubo que comenzar la lucha contra los gorriones. Esta lucha le costó tan caro a los norteamericanos, que motivó una ley que prohibía en adelante la importación a EE.UU. de toda clase de animales.
Segundo caso. Cuando los europeos descubrieron Australia, en este país no había conejos. El conejo fue llevado allí a finales del siglo XVIII, y como no existían animales carnívoros que se

[6] En una cabezuela de diente de león llegaron a contarse cerca de 200 semillas.
[7] Y en las islas Hawai desplazaron totalmente a todos los pájaros pequeños.

alimentaran de ellos, la multiplicación de estos roedores adquirió un ritmo extraordinariamente rápido. Pronto una verdadera plaga de conejos invadió toda Australia, ocasionando daños horrorosos a la agricultura y convirtiéndose en un verdadero desastre. Medios enormes fueron lanzados a la lucha contra este azote de la agricultura, y solamente gracias a las enérgicas medidas tomadas fue posible poner fin a este infortunio. Una cosa muy parecida ocurrió en California también con los conejos.
El tercer caso aleccionador tuvo lugar en la isla de Jamaica. En esta isla había muchísimas serpientes venenosas. Para acabar con ellas se acordó llevar a la isla el pájaro llamado secretario, furioso destructor de las serpientes venenosas. El número de serpientes disminuyó, en efecto, rápidamente, pero, en cambio, se propagaron extraordinariamente las ratas de campo, que antes eran devoradas por las serpientes. Las ratas ocasionaron tales destrozos en las plantaciones de caña de azúcar, que hubo que pensar seriamente en cómo exterminarlas. Se sabe que uno de los mayores enemigos de las ratas es la mangosta de la India. Se resolvió llevar a Jamaica cuatro parejas de estos animales y dejar que se propagaran libremente. Las mangostas se aclimataron bien a su nueva patria y pronto poblaron toda la isla. Antes de 10 años habían exterminado a las ratas casi por completo. Pero cuando se acabaron las ratas, las mangostas empezaron a alimentarse de lo que podían y se hicieron omnívoras: atacaban a los cachorros, cabritos, lechones y aves de corral, y se comían los huevos. Y cuando se multiplicaron aún más, empegaron con los árboles frutales, los campos de trigo y las plantaciones. Los isleños tuvieron que emprender la persecución de las que fueron aliados, pero sólo lograron limitar hasta cierto punto el daño ocasionado por las mangostas.

4. El almuerzo gratuito

10 jóvenes decidieron celebrar con un almuerzo de camaradería, en un restaurante, la terminación de sus estudios en la escuela de enseñanza media. Cuando se reunieron todos y ya habían servido el primer plato, empezaron a discutir acerca de cómo sentarse a la mesa. Unos proponían colocarse por orden alfabético, otros, por edades, los terceros, por las calificaciones obtenidas, los cuartos, por estaturas, etc.
La discusión se prolongó, la sopa tuvo tiempo de enfriarse, pero a la mesa nadie se sentaba.
Los reconcilió el camarero, que les dirigió las palabras siguientes:
-Amigos jóvenes, dejad vuestra disputa, sentaos a la mesa de cualquier modo y escuchadme.
Todos se sentaron y el camarero prosiguió:
-Que uno de vosotros apunte el orden en que acabáis de sentarse. Mañana venid de nuevo a comer aquí y sentaos en otro orden. Pasado mañana vuélvanse a sentar de otro modo y así sucesivamente hasta que prueben todas las colocaciones posibles. Cuando llegue el turno de volverse a sentar como ahora, yo prometo solemnemente que empezaré a invitarles diariamente con las comidas más exquisitas y sin cobrarles nada.
La proposición gustó. Acordaron reunirse cada día en este restaurante y probar todas las maneras posibles de sentarse a la mesa, para cuanto antes comenzar a disfrutar de las comidas gratuitas.
Pero ese día no llegó. Y no porque el camarero no quisiera cumplir su promesa, sino porque el número de todas las colocaciones posibles es demasiado grande. Este número es igual a 3 628 800, ni más ni menos. Esta cantidad de días, como no es difícil calcular, constituye... ¡Casi 10 mil años!
A usted quizá le parezca exagerado que 10 personas puedan sentarse a la mesa de tantas maneras distintas. En este caso, compruebe el cálculo.

En primer lugar hay que aprender a determinar el número de permutaciones. Para simplificar empezaremos el cálculo con un número pequeño de objetos, por ejemplo, con tres. Llamémosles A, B y C.
Queremos saber de cuántas maneras se pueden cambiar de sitio, poniendo uno en lugar de otro. Razonamos así. Si dejamos aparte el objeto C, los otros dos pueden colocarse solamente de dos maneras.
Ahora vamos a agregar el objeto C a cada una de estas parejas. Lo podemos hacer de tres modos:

1) poniendo C detrás de la pareja
2) poniendo C delante de la pareja
3) poniendo C entre los objetos que forman la pareja.

El objeto C, además de estas tres posiciones, es evidente que no puede tener otras. Pero cuando tenemos dos parejas, AB y BA, el número total de maneras en que pueden colocarse los tres objetos será 2 * 3 = 6.
Sigamos adelante. Hagamos el cálculo para cuatro objetos. Sean estos A, B, C y D. Lo mismo que antes, dejamos aparte uno de los objetos, por ejemplo, el D, y con los restantes hacemos todas las combinaciones posibles. Ya sabemos que el número de estas combinaciones es seis.
¿Por cuántos procedimientos se puede añadir el cuarto objeto, D, a cada una de estas seis triadas?
Es evidente que se puede:
1) poner D detrás de la triada
2) poner D delante de la triada
3) poner D entre el objeto primero y segundo
4) poner D entre el objeto segundo y tercero

Obtenemos, por consiguiente, en total 6 x 4 = 24 combinaciones; y como 6 = 2 * 3, y 2 = 1 * 2, el número total de todas las permutaciones se puede representar en forma del producto 1 * 2 * 3 * 4 = 24.
Razonando de este modo, en el caso de cinco objetos sabremos que el número de combinaciones correspondientes es igual a 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120.
Si los objetos son seis, tendremos 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 = 720, y así sucesivamente.
Volvamos ahora al caso de los 10 comensales. El número de sus posibles permutaciones podremos determinarlo tomándonos la molestia de hacer la multiplicación 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10.
El número que se obtiene, como ya se dijo antes, es 3 628 800.
El cálculo será más difícil si entre los 10 comensales hubiese cinco muchachas y quisieran sentarse a la mesa alternando con los jóvenes. Aunque en este caso el número de los posibles traslados es mucho menor, su cálculo es algo más complicado. `
Supongamos que uno de los, jóvenes Se sienta a la mesa en un sitio cualquiera. Los cuatro restantes podrán sentarse, dejando entre ellos sillas vacías para las muchachas, de 1 * 2 x 3 * 4 = 24 maneras diferentes. Como el número total de sillas es 10, el primer joven podrá sentarse en 10 sitios; por lo tanto, el número total de combinaciones que pueden hacer los jóvenes será 10 * 24 = 240.
¿De cuántas maneras podrán sentarse las muchachas en las sillas vacías que hay entre los jóvenes? Evidentemente que de 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120 maneras. Combinando cada una de las 240 posiciones de los jóvenes con cada una de las 120 posiciones de las muchachas, obtenemos el número total de las colocaciones posibles, es decir, 240 * 120 = 28 800.

Este número es mucho menor que el anterior y requeriría solamente un poco menos de 79 años. Si los jóvenes clientes del restaurante llegasen a vivir hasta los 100 años, podrían recibir la comida gratuita, si no del mismo camarero, de uno de sus herederos.

Sabiendo contar las permutaciones, podremos determinar ahora cuántas combinaciones diferentes pueden hacerse con las fichas en la cajita del «juego de los 15»[8]. En otras palabras, podemos calcular el número total de problemas que puede ofrecernos este juego. Es fácil comprender que este cálcalo se reduce a determinar el número de permutaciones de 15 objetos. Como sabemos, para esto hay que multiplicar 1 * 2 * 3 * 4 * ... y así sucesivamente ... * 14 * 15.
Este cálculo da el resultado siguiente: 1 307 674 365 000, es decir, más de un billón.
De este enorme número de problemas, la mitad es imposible de resolver. Existen, pues, más de 600 millares de millones de posiciones imposibles de resolver en este juego. Por esto se comprende en parte la epidemia de entusiasmo despertado por el « juego de los 15», que se apoderó de la gente que no sospechaba la existencia de un número tan enorme de casos insolubles.
Advertimos también, que si fuera imaginable dar a las fichas una nueva posición cada segundo, para probar todas las posiciones posibles sería necesaria trabajar sin descanso, día y noche, durante más de 40 mil años.
Para terminar esta charla acerca del número de permutaciones, resolveremos un problema de este cipo tomado de la vida escolar.
En una clase hay 25 alumnos. ¿De cuántas formas pueden sentarse en los pupitres?
El camino a seguir para resolver este problema (para los que han asimilado lo dicho anteriormente) es muy sencillo: hay que multiplicar los 25 números siguientes: 1 * 2 * 3 x 4 * 5 * 6 * . . . * 23 * 25.
Las matemáticas enseñan procedimientos para simplificar los cálculos, pero no saben facilitar las operaciones del tipo de la indicada. Para hacer con exactitud este cálculo no existe más procedimiento que multiplicar atentamente todos los números. Con lo único que puede ganar un poco de tiempo en las operaciones es agrupando eficazmente los factores. El resultado que se obtiene es un número enorme, de 26 cifras, cuya magnitud es imposible imaginar.
Este número es: 15 511 210 043 330 985 984 000 000.
De todos los números con que nos hemos encontrado hasta ahora, éste es, sin duda, el más grande, y a él, más que a ningún otro, le corresponde merecidamente el título de «número enorme». El número de diminutas gotitas de agua que hay en todos los océanos y mares de la Tierra es modesto comparado con este número descomunal.

---

[8] En este caso siempre debe quedar libre la casilla del ángulo inferior derecho.